

基于离散变量 GA-APSO 算法的钢结构优化分析

郝润霞,袁 帅*,赵根田

内蒙古科技大学 建筑与土木工程学院, 内蒙古 包头 014010

摘要: 本文针对遗传算法和粒子群算法收敛早熟、局部搜索能力差等缺点,在改进速度与位置更新算子函数的粒子群算法的基础上,插入了遗传算法的交叉和变异算子,提出了一种新的启发式现代混合算法——遗传-加速粒子群混合算法(GA-APSO)。该算法可以很好的跳出局部最优,扩大搜索域范围,提高收敛速度进而得到更合理的最优解。并基于离散变量将映射函数插入 GA-APSO 算法中,衍生出一种基于离散变量的 GA-APSO 算法,以一榀框架为算例通过与基于离散变量的 APSO 算法进行对比分析,证明了该衍生算法对于检索截面数据库中型钢规格自动选取具有一定的适用性。

关键词: GA-APSO 算法; 钢结构; 优化设计

中图分类号: TU391; O224

文献标识码: A

文章编号: 1000-2324(2016)06-0900-06

The Optimal Analysis on Steel Structure Based on GA-APSO Algorithm with Discrete Variables

HAO Run-xia, YUAN Shuai*, ZHAO Gen-tian

College of Architecture and Civil Engineering/Inner Mongolia University of Science and Technology, Baotou 014010, China

Abstract: To overcome the shortcomings of "Premature Convergence" and poor local search ability in Genetic Algorithm and Particle Swarm Optimization Algorithm, this paper proposed a new heuristic modern hybrid algorithm—Genetic-Accelerating Particle Swarm Optimization Algorithm (GA - APSO) by inserting the cross and mutation operator of Genetic Algorithm based on Particle Swarm Optimization Algorithm improved speed and position update operator functions. The algorithm could expand the scope of the search field to improve convergence speed so that more reasonable optimal solution was obtained. Furthermore, GA - APSO algorithm with discrete variables was derived by inserting the mapping function. It was feasible to automatically select the medium-sized steels in a database by comparing with the APSO algorithm with discrete variables to take a common framework for an example.

Keywords: GA-APSO; steel structures; optimization design

当下的科学技术处于一个相互交叉、渗透和影响的时代。随着计算机技术的发展,数学规划和运筹学一直是非常活跃的领域。它们能与实际工程问题联系到一起通过计算机达到多学科相互联系的目的。结构优化设计的产生与发展正是将工程、力学、数学与计算机应用等领域交叉结合的产物。钢框架结构的最优化设计越来越受到研究人员的重视,在过去的几十年里国内外不少学者将不同的优化技术和算法应用于结构优化中。钢框架结构的最优化设计的目的是在保证满足相关规范的约束下,以改变钢构件截面尺寸的方式使得钢框架的整体自重达到最轻,从而拥有更好的经济性。

其中粒子群算法(Particle Swarm Optimization)^[1]是 Kennedy 和 Eberhart 在 1995 年提出的一种启发式智能优化算法。文献[2]提出了一种连续变量的加速粒子群算法(Acceleration based Particle Swarm Optimization),该算法相比传统的粒子群算法,具有收敛快、不容易早熟等特点^[3]。但是在实际的工程优化问题中往往伴随着设计变量离散性、约束条件非线性、不可微性等等,这些特性决定了工程结构优化问题上的复杂性^[4]。本文将加速粒子群算法和另一种启发式算法——遗传算法(Genetic Algorithms)^[5]相结合,提出一种混合算法:即粒子群遗传混合算法(GA-APSO Algorithms)。它在 APSO 算法的基础上,插入了 GA 算法的交叉和变异算子提高了粒子群算法的全局搜索性能;通过对 APSO 算法的速度更新公式的改进提高算法的收敛速度;并且通过将离散变量映射成连续函数的方法,使其可以与数据库中的截面尺寸进行匹配从而达到在优化设计中快速自选最优截面的目的。

1 离散变量的 GA-APSO 混合算法

收稿日期: 2016-05-12

修回日期: 2016-06-26

基金项目: 国家自然科学基金项目(51268042)

作者简介: 郝润霞(1972-),女,硕士,副教授,研究方向:结构优化理论和设计。E-mail:haorx5300630@163.com

*通讯作者: Author for correspondence. E-mail:yjp415@163.com

1.1 GA-APSO 混合算法的基本原理

遗传-粒子群混合算法 (GA-APSO) 在 APSO 算法的基础上保留了粒子群算法的搜索速度快、算法简单和适用于实值型问题处理等优点; 插入了遗传算法中的交叉和变异算子增加了算法的搜索能力, 进一步提高了种群的多样性, 从而减小了两种算法共有的早熟等问题出现的概率。其基本流程如下:

步骤 1: 根据式 (1) 初始化一个规模为 n 的粒子群, 设定其为初始粒子群。

$$initpop(i, n) = Lb(i) + rand(1) \times [Ub(i) - Lb(i)] \quad (1)$$

式中 n 为粒子群中粒子的个数; $Ub(i)$ 、 $Lb(i)$ 为每个粒子中第 i 个个体的上下限值; $rand(1)$ 为服从 $[0, 1]$ 均匀分布的随机数。

步骤 2: 根据式 (2) 罚函数^[6]公式对每个粒子的适应度值进行计算。

$$F(x, M) = W_b(x) + M \sum_{i=1}^m [\min(g(x))]^2 \quad (2)$$

式中 $F(x, M)$ 为罚函数, M 为罚因子, 为一正常数; $W_b(x)$ 为优化问题的目标函数; $g(x)$ 为优化问题的不等式约束条件。

步骤 3: 对每个粒子将其适应度值和其目前的最佳位置 $pbest_i$ 的适应度值进行比较, 若较小, 则将其作为目前最佳位置。

步骤 4: 对每个粒子将其适应度值和其全搜索空间的最佳位置 $gbest_i$ 的适应度值作比较, 若较小, 则将其作为全搜索空间最佳位置。

步骤 5: 根据式 (3) 和式 (4) 分别对粒子的位置和速度进行更新。

$$x_{i+1} = x_i + \delta V_i \quad (3)$$

$$V_{i+1} = V_i + nc_1 r_1 (pbest_i - x_i) + nc_2 r_2 (gbest_i - x_i) \quad (4)$$

$$nc_1 = c_1 \times (1 - \lambda) \quad (5)$$

$$nc_2 = c_2 \times (1 - \lambda) \quad (6)$$

$$\lambda = \frac{\chi \left(1 + \phi (f_{max} - f_{min})^\omega - f_{avg}^\omega \right)}{\delta (f_{max} - f_{min})^\omega - f_{avg}^\omega} \quad (7)$$

$$\delta = \left(\frac{f_{max} - f_{min}}{f_{avg}} \right)^\omega \quad (8)$$

其中 c_1 和 c_2 为学习因子一般取 2, r_1 和 r_2 为相互独立的伪随机数, 服从 $[0, 1]$ 上的均匀分布, χ 为压缩系数; ω 和 ϕ 为权重系数; f_{max} 、 f_{min} 和 f_{avg} 分别为粒子解的最大、最小和平均值。

步骤 6: 对更新后的粒子群进行交叉重组和变异处理。

步骤 7: 对变异后的粒子种群进行适应度计算, 取得局部最佳位置 $pbest$ 和目前最佳位置 $gbest$, 若 $gbest$ 满足终止条件则输出解 $fitness$; 返回步骤 5。

1.2 离散变量的 GA-APSO 算法

虽然连续型 GA-APSO 混合算法可以使用在大多数的工程优化问题中。但是还有一些工程的设计变量是离散型的, 如在框架结构中使用热轧型钢, 这就需要优化后的设计变量的解与型钢库里的型号进行对应。而这种情况是连续型 GA-APSO 算法所不能实现的, 于是在连续性的 GA-APSO 算法的基础上进行改进得到了离散变量型的 GA-APSO 算法。

文献[7]对文献[8]的方法针对等步长的离散变量问题进行了改进, 即将连续设计变量取为最接近的等步长离散变量, 表达式如下:

$$X_i^{(t)} = x_i^{(t)} + round[(x_i^{(t)} - x_{min}) / bc] \times bc \quad (9)$$

式中： $X_i^{(t)}$ ——为处理后的变量； $x_i^{(t)}$ ——为处理前的变量； x_{\min} ——为可取的设计变量的最小值； bc ——为等步长的步距； $round$ ——为将括号中的数值进行四舍五入。

然后将每一个设计变量同给定的取值进行比较，取其最为接近的变量为该变量的给定离散变量。该方法对于连续等步长的独立的离散变量问题拥有很好的使用性。

但是对于给定的数据库中的离散变量的组合是无规律的，这就需要对优化出来的离散变量进行映射函数处理。由于本文是钢框架，对于其结构的特性，采用主控变量，对于钢框架而言以强轴惯性矩为主控变量；对以钢框柱来说，将柱截面的截面面积作为主控变量；针对钢框架和钢框柱分别编写两组映射函数，具体表达式如下：

$$\Delta h_i^{(t)} = |h_i^{(t)} - h_j| \tag{10}$$

式中： $\Delta h_i^{(t)}$ ——为主控变量函数值与数据库中主控变量的参数值的差的绝对值； $h_i^{(t)}$ ——为主控变量函数，对于钢框架为强轴惯性矩函数，钢框柱为截面面积函数； h_j ——为数据库中相应的主控变量参数。

然后对求得 $\Delta h_i^{(t)}$ 进行排列，取其最小值的数据库尺寸为最优解。以钢框架为例，其 Matlab 中实现的程序表达如下：

```
[consort,index2]=sort(abs(init_i(j)-secdata(:,1)))
num=index2(1)
best(j,:)= [secdata(num,2), secdata(num,3), secdata(num,4), secdata(num,5)]
```

离散变量的 GA-PSO 算法的步骤如下：

- 步骤 1：初始化一个规模为 pop 的粒子群，设定初始位置和初始速度；
- 步骤 2：对每个粒子进行适应度值的计算；
- 步骤 3：对每个粒子将其适应度值和其目前的最佳位置 $pbest_i$ 的适应度值进行比较，若较小，则将其作为目前最佳位置；
- 步骤 4：对每个粒子将其适应度值和其全搜索空间的最佳位置 $gbest_i$ 的适应度值作比较，若较小，则将其作为全搜索空间最佳位置；
- 步骤 5：根据式 (3) 和式 (4) 分别对粒子的位置和速度进行更新；
- 步骤 6：对更新后的粒子群随机进行交叉重组和变异处理从而产生新的种群；
- 步骤 7：根据式 (10) 对变异后的粒子群的进行变量离散和数据库匹配；
- 步骤 8：对匹配后的粒子群的每个粒子进行适应度计算，若满足终止条件则输出解 $fitness$ ，否则进行步骤 5。

离散变量 GA-PSO 算法的流程图见图 1。

将变量离散化的函数用于 GA-PSO 算法的求解适应度函数值之前，以保证离散后的变量能满足约束条件的要求；这种取值方法不是向上取整,而是将其直接与离散值进行靠拢,更有利于更快地得出问题的解；该方法不存在匹配后不满足约束条件的情况，避免了验算约束条件再匹配的复杂计算循环。

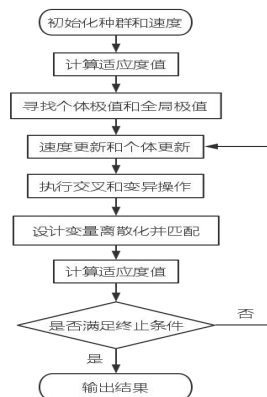


图 1 基于离散变量的 GA-PSO 算法流程图

Fig.1 The process of GA-PSO algorithm with discrete variables

2 钢结构优化算例

本章使用离散变量的 GA-PSO 算法工具箱对两个算例进行优化分析,本算例中所使用的型钢数据库为 SAP2000v15 中中国规范的 GB、JG 涉及热轧 H 型钢共计 60 种尺寸,并将优化后的结果与基于离散变量的 APSO 优化算法优化后的用钢量进行对比。

2.1 优化计算数学模型

对于非线性约束优化问题的数学模型^[9]可表示为:

$$\text{Minimize } f(x) \rightarrow \min, x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (11)$$

$$\text{Subject to } g_j(x) \leq 0, j = 1 \dots p \quad (12)$$

$$h_i(x) = 0, i = P + 1, \dots, P + M \quad (13)$$

式中: $f(x)$ 为优化问题的目标函数,在解钢结构优化问题中往往是构件的截面面积、用钢量、总造价等; x 为设计变量,一般为结构构件的截面尺寸; $g_j(x)$ 和 $h_i(x)$ 分别为不等式约束条件和等式约束条件。

根据《钢结构设计规范》(GB 50017-2003)^[10]得到钢结构构件的目标函数和约束条件^[11]如下:

$$W_b = D_s \sum_{i=1}^n V_{bi} \quad (14)$$

$$f_{bi} \leq f \quad (15)$$

$$v_{bi} \leq [v] \quad (16)$$

$$f_{bi} \leq \varphi_0 f \quad (17)$$

$$b_1 / t_1 \leq 13 \sqrt{235 / f_y} \quad (18)$$

$$h_0 / t_w \leq T \sqrt{235 / f_y} \quad (19)$$

式中 W_b 钢构件的总重量; D_s 钢材密度; V_{bi} 钢构件的体积; f_{bi} 钢构件 i 在最不利荷载工况下的计算应力; f 相应的强度设计值; v_{bi} 钢构件 i 在最不利荷载工况下的计算挠度; $[v]$ 设计挠度限值; φ_0 构件的整体稳定系数; b_1 翼缘板外伸宽度; t_1 翼缘板厚度; h_0 截面高度; t_w 腹板厚度; T 根据不同情况^[3]所取得局部稳定系数。

3 算例 1

如图 2 所示,该算例为 5 层单榀框架;轴距 5 m;层高 2.6 m;楼面恒载 30 kN/m;梁柱采用 Q345B 级钢;楼面活载 6.25 kN/m;屋面恒载 35 kN/m;屋面活载 5 kN/m;荷载组合 1.2 恒+1.4 活。模型由 SAP2000 建模并赋值计算,梁柱的最大内力见表 1; SAP 和优化工具箱优化后的尺寸见表 2。

表 1 构件最大内力

Table 1 The maximum internal force

构件名称 Components	构件内力 Internal force			
	弯矩 (kN/m)	轴力 (kN)	剪力 (kN)	计算长度 (mm)
	Bending moment	Axial force	Shear force	Length
GKL1	120.06	-	137.54	5000
GKL2	103.24	-	141.59	5000
GKZ1	98.47	1392.74	62.11	2600

表 2 优化结果对比

Table 2 Contrast after optimization

构件名称 Components	APSO 算法优化后结果				GA-APSO 优化后结果			
	Results after APSO optimization				Results after GA-APSO optimization			
	规格	Size	稳定应力比	Stable stress ratio	规格	Size	稳定应力比	Stable stress ratio
GKL1	LH350×200×6×9		0.88		LH350×200×6×8		0.66	
GKL2	LH350×200×6×9		0.80		LH300×200×6×8		0.61	
GKZ1	HW200×200×12×12		0.90		HW200×200×12×12		0.89	

由表 2 可知, 基于离散变量的 GA-APSO 优化工具箱求解得到的截面尺寸的应力比比离散变量的 APSO 算法所得到的稳定应力比要小, 这是因为在型钢型号改变的情况下结构自重有所变化而导致的; 通过总重量, 证明离散变量的 GA-APSO 优化工具箱的解的截面属性利用的更充分; 由图 3 可知离散变量的 GA-APSO 工具箱计算出的算例的总用钢量为 2.7 t, 离散变量的 APSO 算法计算的总用钢量为 4.4 t, 节省了 1.7 t。由此可得, 基于离散变量的 GA-APSO 优化工具箱优化效率高、适用性强, 能满足实际工程中的使用。

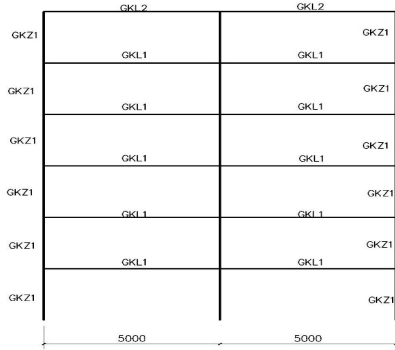


图 2 一榀框架示意图
Fig.2 A schematic framework

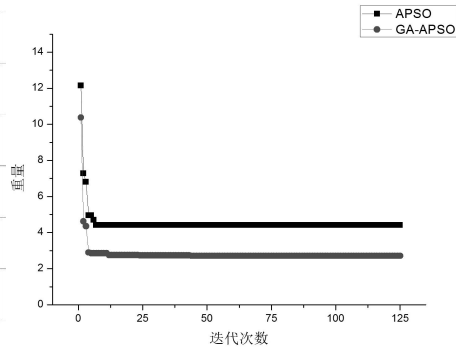


图 3 适应度曲线
Fig.3 The curves of suitability

4 算例 2

本工程为文献[12]中某办公楼算例, 地上三层, 底层高 4.5 m, 二层三层均为 4 m。工程所在地区基本风压 0.55 kN/m², B 类, 基本雪压 0.25 kN/m², 抗震设防烈度 8 度 (0.20 g), II 类。框架平面及横向框架立面示意图如图 4 和图 5 所示。

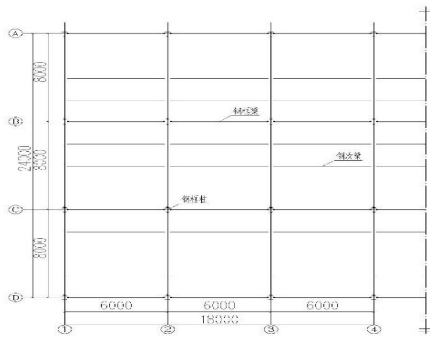


图 4 平面示意图
Fig.4 The flat schematic plan

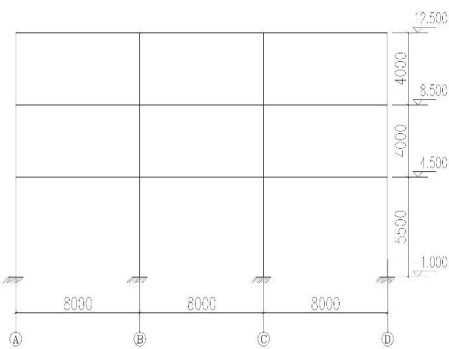


图 5 立面示意图
Fig.5 The schematic elevation plan

表 3 构件内力

Table 3 Internal forces of components

构件名称 Components	构件内力 Internal force			计算长度 (mm) Length
	弯矩 (kN/m) Bending moment	轴力 (kN) Axial force	剪力 (kN) Shear force	
GKL	172.6	-	137.54	5000
GKZ	1.84	2680	-	2600

表 4 优化前后结果对比

Table 4 Contrast before and after optimization

项目 Items	梁柱编号 Codes on beam columns	
	GKL	GKZ
优化前	尺寸	HN500X200X11X19
	最大稳定应力比	0.35
	最大挠度 (mm)	24.42
优化后	尺寸	HW250X250X9X14
	最大稳定应力比	0.81
	最大挠度 (mm)	26.79
优化百分比 (%)	18.7	22.2

从表3可以看出:在满足工程约束条件的前提下,GA-APSO算法得到了较为理想的截面选型结果,其中GKL的截面优化率达到18.7%,GKZ为22.2%;并且应力比增大提高了截面的使用率。

从上面两个优化算例的计算结果可得,离散变量下的GA-APSO算法具有一定的实用性,并且优化性能较为优良。

5 结论

(1) 本文通过智能算法的特性将遗传算法(GA)中的交叉、变异算子编入加速粒子群算法(APSO)中改进了PSO算法易早熟收敛的缺陷,并加入了主控变量这一概念将种群中的个体得以与截面数据库中的设计变量一一对应,大大增加了工程的实用性。

(2) 本文通过两个算例证明,离散变量的GA-APSO算法较APSO算法的优化效率更高,在满足工程约束条件的前提下较大的优化截面尺寸提高截面的使用率。

(3) 通过算例的计算结果可得出离散变量的GA-APSO算法,可用于实际工程。

参考文献

- [1] Kiranyaz S, Ince T, Gabbouj M. Multidimensional Particle Swarm Optimization for Machine Learning and Pattern Recognition[M]. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2013
- [2] Agrawal J, Agrawal S. Acceleration based Particle Swarm Optimization (APSO) for RNA Secondary Structure Prediction//Selvaraj H, Zydek D, Chmaj G. Progress in System Engineering: Proceedings of the Twenty-Third International Conference on System Engineering[M]. Switzerland: Springer International Publishing, 2015:741-746
- [3] Alberdi R, Khandelwal K. Comparison of robustness of metaheuristic algorithms for steel frame optimization[J]. Engineering Structures, 2015,102:40-60
- [4] 黄冀卓,王 湛,龚明袖.遗传算法在钢结构截面优化设计中的应用[J].四川建筑科学研究,2005,31(3):26-31
- [5] Farkas J, Jármai K. Optimum Design of Steel Structures[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2013:19-23
- [6] 余胜威.MATLAB 优化算法案例分析与应用[M].北京:清华大学出版社,2014:156-157
- [7] 蔡保佩.基于粒子群算法的刚架结构的优化[D].大连:大连理工大学,2014
- [8] 陈 曦.离散粒子群算法的改进及其应用研究[D].合肥:安徽大学,2014
- [9] 赖炎连,贺国平.最优化方法[M].北京:清华大学出版社,2008
- [10] 中华人民共和国建设部,中华人民共和国质量监督检验检疫总局.钢结构设计规范(GB50017-2003)[S].北京:中国计划出版社,2003:22-33
- [11] 王 湛,黄冀卓,龚明袖.MATLAB 优化工具箱在钢结构截面优化中的应用[J].工业建筑,2002,32(8):72-74
- [12] 苑 辉.钢结构设计计算与实例[M].北京:人民交通出版社,2008